INTEGRALES IMPROPIAS

Determinar el valor de las siguientes integrales e indicar a través de esto si las mismas son convergentes o divergentes.

Tipo 1:

$$\int_0^{\infty} \frac{x\,dx}{(x^2+9)^2} \;,\; \int_1^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}} \;,\; \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^3+1} \;,\; \int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^4}\,dx$$

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^3+1}} \;,\; \int_0^{\infty} \frac{(-1-2x)\,dx}{3\sqrt[3]{x^2}(x-1)^2} \;,\; \int_1^{\infty} \frac{x^5\,dx}{\sqrt[4]{(x^3+1)^7}} \;,\; \int_0^{\infty} e^{-ax} \mathrm{Cos}\, bx\,dx$$

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{(a^2+b^2)(x^2+b^2)} \;,\; \int_1^{\infty} \frac{x^5\,dx}{\sqrt{(x^3+1)^5}} \;,\; \int_9^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{(x^2-6x)^3}} \;,\; \int_0^{\infty} x^2 e^{-3x}\,dx$$

$$,\; \int_{-\infty}^{0} \frac{x\,dx}{e^{x^2}} \;,\; \int_{-\infty}^{b} e^{x-e^x}\,dx \;,\; \int_{-\infty}^{0} x e^x\,dx \;,\; \int_{-\infty}^{0} e^{-|x|}\,dx$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x| e^{-x^2}\,dx \;,\; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{4x^2+1} \;,\; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2+2x+2} \;,\; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x\,dx}{1+x^4} \;,\; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2+4x+9}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^2} \;,\; \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-3x}\,dx \;,\; \int_{-\infty}^{\infty} x\, \mathrm{Cosh} x\,dx \;,\; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{e^x+e^{-x}} \;,\; \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2-2x}$$

Tipo II

$$\int_0^{2} \frac{dx}{(x-2)^{\frac{3}{5}}} \;,\; \int_0^{3} \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}} \;,\; \int_0^{\pi} \frac{dx}{1+\mathrm{Cos}\, x} \;,\; \int_0^{1} \frac{e^{\frac{1}{x}}\,dx}{x^3} \;,\; \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1-\mathrm{Sen}\, x}$$

$$\int_{-2}^{0} \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1}} \;,\; \int_0^{4} \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2}} \;,\; \int_{-2}^{0} \frac{dx}{\left|\sqrt[3]{x+1}\right|} \;,\; \int_{-1}^{1} \frac{\left(\sqrt[3]{1-x^3}\right)^2 dx}{x^5} \;,\; \int_0^{1} \frac{dx}{x^3-5x^2}$$

$$\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{x^3(1+x^3)^{\frac{4}{3}}} \;,\; \int_{-1}^{1} \sqrt{1+x^{-\frac{2}{3}}}\,dx \;,\; \int_0^{4} \frac{x\,dx}{\sqrt{16-x^2}} \;,\; \int_{-2}^{1} \frac{dx}{x^3} \;,\; \int_0^{1} \frac{dx}{\sqrt{x-x^2}}$$

$$\int_0^{\pi} \frac{\mathrm{Sen}\, x\,dx}{\sqrt{1+\mathrm{Cos}\, x}} \;,\; \int_1^{2} \frac{x^5\,dx}{(x-1)^{\frac{1}{2}}} \;,\; \int_0^{5} \frac{dx}{(x-1)(x^2-8x+15)} \;,\; \int_0^{1} \frac{x^2\,dx}{1-x^2+2\sqrt{1-x^2}}$$

Determinar la convergencia o divergencia de las siguientes integrales impropias utilizando algún criterio

$$\int_2^{\infty} \frac{dx}{x^4\sqrt{1+x^4}} \quad , \quad \int_0^1 \frac{Sen\,(x^3)dx}{\sqrt{x}} \quad , \quad \int_0^{\infty} \frac{x^{13}\,dx}{(x^5+x^3+2)^3} \quad , \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{ln(Sec\,x)dx}{\sqrt{x}}$$

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[5]{x^5+1}} \quad , \quad \int_0^{\infty} \frac{xArctg\,x\,dx}{\sqrt[3]{1+x^4}} \quad , \int_0^1 x\,Sen^2\left(\frac{1}{x}\right)dx \quad , \quad \int_0^1 \frac{\sqrt{x}dx}{e^{Sen\,x}-1} \quad , \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}+4x^3}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^3\sqrt[3]{4+x^4}} \quad , \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2\sqrt[3]{x^2+x+1}} \quad , \quad \int_{-1}^{1} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2-1}\,\sqrt[5]{x^4-1}} \quad , \quad \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^4+5x^3+x^2+x+1}$$

Aplicaciones:

1. Sabiendo que:

$$\int_0^{\infty} \frac{Cos\,x\,dx}{\sqrt{x}} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

   Hallar el valor si existe de:

$$\int_0^{\infty} \frac{Sen\,x\,dx}{\sqrt{x^3}}$$

2. Calcular $G(0)$, $G(1)$, $G(2)$ si:

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{(1+x^2)(1+x^a)}$$

3. Determinar el valor de **k** para que la integral impropia sea convergente y calcular el valor de la integral

$$\int_0^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{2x^2+1}} - \frac{k}{x+1}\right)dx$$

4. Calcular el área de la región limitada por las curvas dadas:

   a) $y = \frac{8}{x^2+1}$ y el eje de abscisas

   b) $y^2 = \frac{x^3}{4-x}$ y su asíntota $x = 4$

c) $\boldsymbol{y = \frac{1}{x^2}}$, el eje **X** y la recta: $\boldsymbol{x = 1}$

d) $\boldsymbol{y^2 = \frac{x^4}{x^2-1}}$ y sus asíntotas

e) $\boldsymbol{y^2 = \frac{x^4}{4-x^2}}$, $\boldsymbol{y = 0}$ y sus asíntotas verticales

f) $\boldsymbol{y^2 = \frac{1}{x(1-x)}}$, $\boldsymbol{y = 0}$ y sus asíntotas verticales

g) $\boldsymbol{x^2(y-1) + y - x = 1}$, $\boldsymbol{x(y-1) = 1}$ ubicada a la derecha de la recta: $\boldsymbol{x = 1}$